MATHEMATIQUES 1ERE – S'ENTRAINER AVEC DES EXERCICES CORRIGES ET ADAPTES A TOUS LES NIVEAUX

ENSEIGNEMENT DE SPECIALITE - CLASSE DE 1ERE GENERALE

SOMMAIRE

3. Fonction polynôme du second degré

Exercice 1

Écrire sous forme canonique les polynômes du second degré suivants :

x^2+8x+3	x^2+2x+7	$x^2-10x+9$
$3x^2+15x-7$	$6x^2+6\sqrt{5}x+30$	$-\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{3}x+\frac{35}{12}$

Exercice 2

Pour chacune des équations suivantes, calculer le discriminant Δ et dire combien elle admet de solutions :

$x^2-3x-10=0$ $\Delta=$ Nombres de solutions :	$x^2-3x-10=0$ $\Delta=$ Nombres de solutions :	$x^2+3x+10=0$ $\Delta=$ Nombres de solutions :
$-3x^2+5x-2=0$ $\Delta=$ Nombres de solutions :	$9x^2-12x+4=0$ $\Delta=$ Nombres de solutions :	$16x^2-8x+1=0$ $\Delta=$ Nombres de solutions :

Exercice 3

1. Factoriser si possible les expressions suivantes :

$2x^2-5x+7$	$-3x^2+18x-27$	$5x^2-x-4$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$2x^2-5x+2=0$	$-3x^2+x-1=0$	$4x^2-4x+1=0$
$x^2-x+6=0$	$2x^2-x+1=0$	$-4x^2-8\sqrt{7}x-21=0$

Exercice 4

P est le polynôme défini sur $\mathbb{R}$ par $P(x)=3x^2-x-2$.
Vérifier que 1 est une racine évidente de P et trouver l'autre racine en utilisant la somme ou le produit des racines.

Exercice 5

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

$(2x+5)(3x-1)>0$	$(-5x+4)(7-2x)\geq 0$	$\frac{x-1}{2-3x}\leq 0$
$-4x^2+2x-7>0$	$2x^2-3x-2<0$	$\frac{4}{9}x^2-\frac{2}{3}x+\frac{1}{4}\leq 0$

5. Fonctions dérivables

Le plan est rapporté un repère.

Exercice 1

Déterminer la fonction dérivée de chacune des fonctions suivantes, en précisant son ensemble de définition :

1. $f(x)=5x^2$, $x\in\mathbb{R}$.
2. $g(x)=7x^3-2x^2+5$, $x\in\mathbb{R}$.
3. $h(x)=x\sqrt{x}$, $x\in[0;+\infty[$.
4. $i(x)=\dfrac{-3}{x}$, $x\in\mathbb{R}-\{0\}$.
5. $j(x)=\dfrac{1}{x^2+1}$, $x\in\mathbb{R}$.
6. $k(x)=\dfrac{x-3}{2x+4}$, $x\in\mathbb{R}-\{-2\}$.
7. $\ell(x)=(1-x^2)(2x^3+3x)$, $x\in\mathbb{R}$.
8. $m(x)=(2\sqrt{x}-3)\left(\dfrac{5}{2x}\right)$, $x\in\mathbb{R}-\{0\}$.
9. $n(x)=\dfrac{\cos x}{\sin x}$, $x\in\mathbb{R}-\{\pi k / k\in\mathbb{Z}\}$.
10. $p(x)=\dfrac{x^2-3}{e^x+1}$, $x\in\mathbb{R}$.

Exercice 2

Soit *f* la fonction définie sur $\left[-\dfrac{4}{3};+\infty\right[$ par : $f(x)=\sqrt{3x+4}$.

Pour tout nombre réel $x\geq-\dfrac{4}{3}$, on pose : $f(x)=g(3x+4)$.

1. Préciser la fonction *g*, son ensemble de définition et son ensemble de dérivabilité.
2. En déduire l'ensemble de dérivabilité de la fonction *f*, ainsi que sa dérivée.

Exercice 3

Soit *f* le polynôme du second degré défini par $f(x)=x^2-6x+10$ et A le point de coordonnées $(2;-1)$. On note C sa courbe représentative.
Déterminer l'ensemble des points de C dont la tangente à C passe par le point A.

7. Fonction valeur absolue

Exercice 1

Compléter le tableau suivant, selon le modèle :

Inégalité	Intervalle	Axe gradué
$\lvert x-7 \rvert \le 1$	$x \in [6;8]$	
$\lvert x-4 \rvert < 5$	$x \in$	
$\lvert x-3 \rvert < 2$	$x \in$	
$\lvert x-2 \rvert \ge 5$	$x \in$	
$\lvert x+6 \rvert > 2$	$x \in$	

Exercice 2

Compléter le tableau suivant, selon le modèle :

Valeur absolue	Distance	Inégalité	Intervalle
$\lvert x-1 \rvert \le 2$	$d(x;1) \le 2$	$-1 \le x \le 3$	$x \in [-1;3]$
$\lvert x+2 \rvert \le 3$			
	$d(x;0{,}5) < 1$		
		$-2 \le x \le 6$	
			$x \in]-5;8[$

Exercice 3

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\lvert 3x-1 \rvert = 2$.

Exercice 4

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\lvert x-8 \rvert = \lvert x+5 \rvert$.

Exercice 5

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\lvert -2x+5 \rvert = \lvert x-4 \rvert$.

Exercice 6

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\lvert x-4 \rvert \le 1$.

10. Fonctions cosinus et sinus

Exercice 1

Déterminer une mesure en radians de l'angle dont on connaît le cosinus et le sinus ;

$\cos(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\sin(x)=-\frac{1}{2}$ donc $x=$

$\cos(x)=-1$ et $\sin(x)=0$ donc $x=$

$\cos(x)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\sin(x)=-\frac{1}{2}$ donc $x=$

$\cos(x)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\sin(x)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ donc $x=$

$\cos(x)=0$ et $\sin(x)=-1$ donc $x=$

$\cos(x)=-\frac{1}{2}$ et $\sin(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}$ donc $x=$

Exercice 2

1. Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation : $2X^2-3X+1=0$.
2. En déduire les solutions dans $[0;2\pi]$ de l'équation : $2\cos^2(x)-3\cos(x)+1=0$.

Exercice 3

Résoudre dans l'intervalle $]-\pi;\pi]$ les équations suivantes :

1. $\cos(x)(2\sin(x)-\sqrt{2})=0$.
2. $(2\cos(x)-1)(2\sin(x)-1)=0$.
3. $\sin^2(x)-1=0$

Exercice 4

Étudier la parité des fonctions suivantes définies sur $\mathbb{R}$:

1. $f(x)=2-\cos(x)$.
2. $g(x)=\sin^2(x)-\pi$.
3. $h(x)=x\sin(x)$.
4. $k(x)=\frac{\sin(x)}{\cos x+4}$.

Exercice 5

1. Montrer que la fonction *f*, définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\cos(2x)$, est π-périodique.
2. Montrer que la fonction *g*, définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=\sin^2(x)$, est π-périodique.
3. Montrer que la fonction *h*, définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x)=\frac{\sin(x)}{\cos x+\sin x}$ est π-périodique.
4. Montrer que la fonction *k*, définie sur $\mathbb{R}$ par $k(x)=\sin(3x+1)$ est $\frac{2\pi}{3}$-périodique.

12. Calcul vectoriel et produit scalaire

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

Exercice 1

On considère les points $A(-3;-1)$, $B(-2;1)$, et $C(2;0)$.

1. Calculer les produits scalaires suivants :

   a) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ b) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CA}$ c) $\overrightarrow{AB}^2$ d) $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{AC}$

2. Déterminer la mesure en degrés de l'angle $\widehat{ABC}$.

Exercice 2

$ABCD$ est un carré de côté 3. CBE est un triangle rectangle en B, extérieur à $ABCD$ et tel que $BE = 2$.
Calculer $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BE}$ et $\overrightarrow{CE}\cdot\overrightarrow{AD}$.

Exercice 3

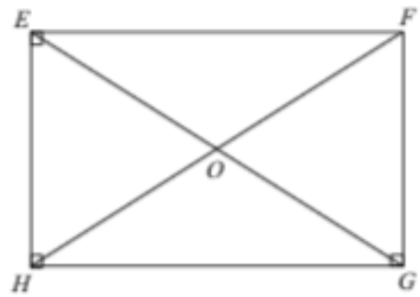
Soit a un réel positif, et $ABCD$ est un carré de côté a et de centre O.
Calculer les produits scalaires suivants en fonction de a :

1. $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BO}$ 2. $\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{DC}$ 3. $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BA}$ 4. $\overrightarrow{CB}\cdot\overrightarrow{AD}$

Exercice 4

$EFGH$ est un rectangle tel que $EF = 8$ et $EH = 6$.

1. Calculer $\overrightarrow{EG}\cdot\overrightarrow{FH}$.
2. On note O le centre de $EFGH$. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{EOF}$ en degrés (arrondir au degré près).
3. Soit A le projeté orthogonal de E sur (HF) et B le projeté orthogonal de G sur (HF).
   Calculer la longueur AB.



Exercice 5

$ABCD$ et $BEFG$ sont deux carrés tels que :

$$B \in [AE] \text{ et } C \in [BG].$$

Montrer que les droites (AG) et (EC) sont perpendiculaires.