MATHEMATIQUES COMPLEMENTAIRES - TER –

SYNTHESE DE COURS ET LIVRET DE FORMULES

OPTION MATHEMATIQUES COMPLEMENTAIRES - NOUVEAU BAC

SOMMAIRE

3. SUITES ARITHMÉTICO-GÉOMÉTRIQUES

Rappel : suite arithmétique	• Formule de récurrence : $u_{n+1} = u_n + r$ • Formule explicite (en fonction de n) : $u_n = u_0 + nr$ ou $u_n = u_p + (n-p)r$ avec $n \in \mathbb{N}, p \in \mathbb{N}$
Rappel : suite géométrique	• Formule de récurrence : $v_{n+1} = q \times v_n$ • Formule explicite (en fonction de n) : $v_n = v_0 \times q^n$ ou $v_n = v_p \times q^{n-p}$ avec $n \in \mathbb{N}, p \in \mathbb{N}$
Définition d'une suite arithmético-géométrique	Formule de récurrence : $u_{n+1} = a \times u_n + b$ avec $a \neq 1$ et $b \neq 0$ • Si $a = 0$, alors la suite est constante et égale à b • Si $a = 1$, alors la suite est arithmétique de raison b • Si $a \neq 0$ et $b = 0$, alors la suite est géométrique de raison a • Si $a \neq 0$, $b \neq 0$ et $a \neq 1$, alors pour obtenir une expression de u_n en fonction de n, on introduit une suite géométrique de raison a de la forme : $v_n = u_n - c$ avec $c \neq 0$ (c est la solution de l'équation $x = ax + b$) On obtient dès lors : $u_n = (u_0 - c) \times a^n + c$
Limite d'une suite arithmético-géométrique	Formule explicite : $u_n = (u_0 - c) \times a^n + c$ avec $a \neq 1$ et $a \neq 0$ • si $0 < a < 1$, alors $\lim\limits_{n \to +\infty} a^n = 0$ et (u_n) converge vers c • si $a > 1$ et $u_0 - c > 0$, alors $\lim\limits_{n \to +\infty} a^n = +\infty$ et (u_n) diverge vers $+\infty$ • si $a > 1$ et $u_0 - c < 0$, alors $\lim\limits_{n \to +\infty} a^n = +\infty$ et (u_n) diverge vers $-\infty$

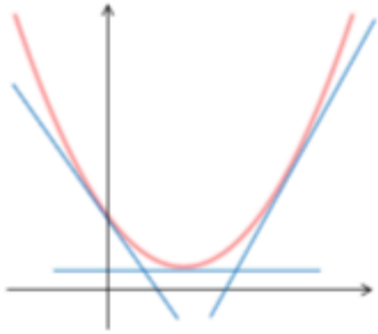
7. COMPLÉMENTS SUR LA DÉRIVATION (II)

Fonction convexe et fonction concave sur un intervalle

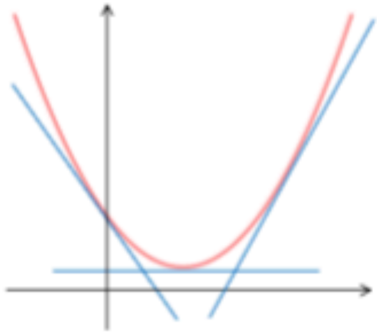
f est une fonction définie et dérivable sur un intervalle I

- f est convexe sur I si et seulement si f' est une fonction croissante sur I
  La courbe représentative de f est en dessus de ses tangentes
- f est concave sur I si et seulement si f' est une fonction décroissante sur I
  La courbe représentative de f est en dessous de ses tangentes

Fonction convexe



Fonction convexe



Cas d'une fonction deux fois dérivable

f est une fonction deux fois dérivable sur un intervalle I

- f est convexe sur I si et seulement si f'' est positive sur I
- f est concave sur I si et seulement si f'' est négative sur I

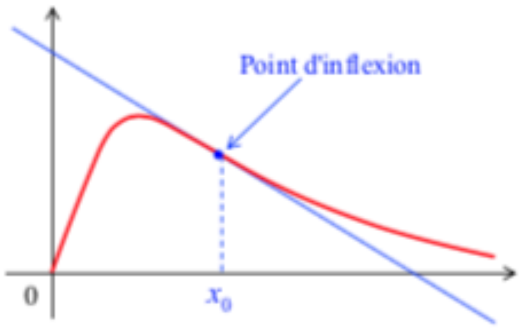
Point d'inflexion

Soit f une fonction deux fois dérivable sur un intervalle I de courbe représentative C_f dans un repère

On dit que C_f admet un point d'inflexion au point d'abscisse

$x_0 \in$ I si et seulement si :

- f'' s'annule et change de signe en x_0
- f change de convexité en x_0
- la courbe traverse sa tangente au point d'abscisse x_0



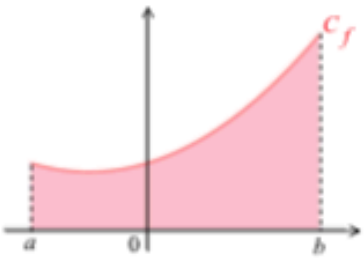
12. INTÉGRATION

Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O;\vec{i},\vec{j})$, a et b sont deux réels avec $a < b$
f est une fonction continue et positive sur l'intervalle $[a;b]$
C_f est sa courbe représentative

Intégrale d'une fonction continue positive définie sur un intervalle $[a;b]$

L'intégrale de a à b de la fonction f est un nombre réel positif égal à la mesure d'aire (en unité d'aire, notée u.a) du domaine situé sous la courbe C_f entre les droites d'équations $x = a$ et $x = b$

On note : $\int_a^b f(x)dx$

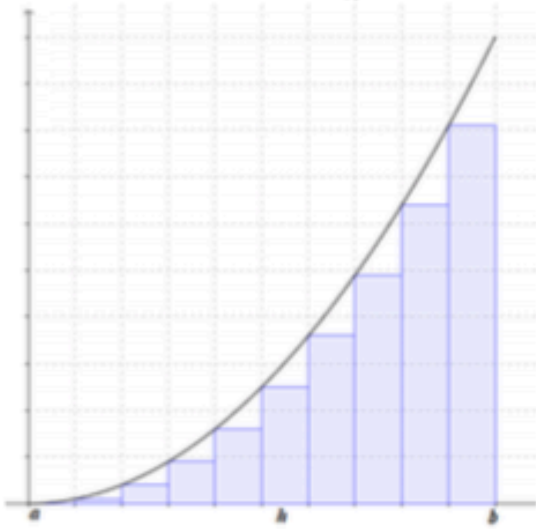


Approximation d'une intégrale par la méthode des rectangles

f est une fonction continue sur un intervalle $[a;b]$

On découpe l'intervalle $[a;b]$ en n subdivisions équidistantes

La largeur d'une subdivision est : $h = \dfrac{b-a}{n}$



On définit la suite (x_n) est définie par : $x_0 = a$ et $x_i = a + ih$
avec i compris entre 0 et $n-1$

Si S_n est la somme des aires des rectangles :

$$S_n = h \times \left(f(x_0) + f(x_1) + f(x_2) + \ \ldots\ + f(x_{n-1})\right)$$

alors : $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n = \int_a^b f(x)dx$